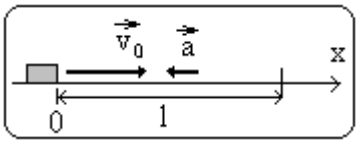
КІНЕМАТИКА (Самостійна робота)

1. Гальмівний шлях автомобіля l = 1м, час гальмування t_m = 0,5 с. Яку початкову швидкість v_0 та гальмівне прискорення а мав автомобіль?

Розв'язання.

З рівняння координати рівноприскореного руху



$x = x_0 + \frac{v_{0x} + v_x}{2} t$, виразивши проекції векторів через модулі та координати через довжини відрізків, матимемо

$l = \frac{v_0}{2} t_m$,

звідки

$v_0 = \frac{2l}{t_m} = 4\,(\text{м/с})$.

З рівняння за означенням прискорення

$v_x = v_{0x} + a_x t$,

матимемо, виразивши проекції векторів через модулі,

$0 = v_0 - at_m$,

$a = \frac{v_0}{t_m}$ = 8 м/с^2.

2. Куля, що летить із швидкістю v_0 = 400 м/с, вдаряє в земляний вал і проникає в нього на глибину L = 36 см. Скільки часу t рухалася вона усередині валу? З яким прискоренням а ? Яка була її швидкість v_1 на глибині l_1 = 18 см? На якій глибині l_2 швидкість кулі зменшилася в три рази? Рух вважати рівнозмінним. Чому дорівнює швидкість кулі до моменту, коли куля пройде η = 99% свого шляху?

Розв'язання.

З рівняння координати $x = x_0 + \frac{v_x + v_{0x}}{2} t$,

$L = \frac{v_0}{2} t$, $t = \frac{2L}{v_0} = 1{,}8 \cdot 10^{-4}$ с. *З рівняння* $x = x_0 + \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}$, $L = \frac{v_0^2}{2a}$. $a = \frac{v_0^2}{2L} \approx 2{,}2 \cdot 10^5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. $l_2 = \frac{v_0^2 - v_1^2}{2a} = \frac{8}{9} L$

$\eta L = \frac{v_0^2 - v_2^2}{2a} = L \frac{v_0^2 - v_2^2}{v_0^2}$, $v_2 = v_0 \sqrt{1 - \eta}$.

3. З якою швидкістю v увійде у воду стрибун з вишки висотою H = 10 м? Опором повітря знехтувати. Прискорення земного тяжіння взяти g= 10 м /с^2.

Розв'язання. З модульного рівняння переміщення отримаємо $v = \sqrt{2gH} \approx 14{,}1 м/с$.

4. М'яч злетів з поверхні землі вертикально вгору зі швидкістю v_0 = 10 м/с. На яку висоту H підніметься м'яч? Через який час t_m він впаде на землю? Опором повітря знехтувати. Прискорення земного тяжіння взяти g= 10 м /с^2.

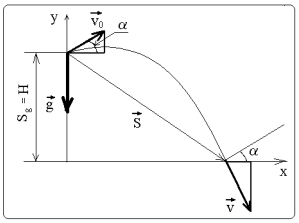
Розв'язання. З рівняння $x = x_0 + \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}$, $H = \frac{v_0^2}{2g} = 5$ м . $t_m = \frac{2v_0}{g} = 2c$.

5. Тіло кинуте з башти висотою H впало на землю зі швидкістю v напрямленою під прямим кутом до початкової швидкості. Визначити час руху тіла. Опором повітря знехтувати.

Відповідь.

$$t = \frac{2v^2 - 2gH}{8\sqrt{2v^2 - 2gH}} = \frac{\sqrt{2(v^2 - gH)}}{g}.$$

Розв'язання.



За означенням проекції прискорення

$$v_x = v_{0x} + g_x t \Rightarrow v\sin\alpha = v_0\cos\alpha \qquad (1)$$

$$v_x = v_{0x} + g_x t \Rightarrow -v\cos\alpha = v_0\sin\alpha - gt \quad (2)$$

За модульним рівнянням переміщення

$2gS\cos\alpha = v^2 - v_0^2$, або $2gS_g = v^2 - v_0^2$, чи інакше $2gH = v^2 - v_0^2$

З останнього $v_0 = v^2 - 2gH$ (3)

З рівняння (1) та (3)

$v^2\sin^2\alpha = v_0^2\cos^2\alpha = (v^2 - 2gH)(1 - \sin^2\alpha)$; звідки $\sin^2\alpha = \dfrac{v^2 - 2gH}{2v^2 - 2gH}$, $\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha = \dfrac{v^2}{2v^2 - 2gH}$

З рівняння (2), після підстановки тригонометричних функцій та початкової швидкості, отримаємо

$$-\frac{v^2}{\sqrt{2v^2 - 2gH}} = \frac{\sqrt{v^2 - 2gH}\sqrt{v^2 - 2gH}}{\sqrt{v^2 - 2gH}} - gt, \text{ звідки } t = \frac{2v^2 - 2gH}{8\sqrt{2v^2 - 2gH}} = \frac{\sqrt{2(v^2 - gH)}}{g}.$$